



Μάθημα/Τάξη:	ΑΛΓΕΒΡΑ - Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
Κεφάλαιο:	ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ
Όνοματεπώνυμο Μαθητή:	
Ημερομηνία:	22/01/2018
Επιδιωκόμενος Στόχος:	65/100

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι αν οι αριθμοί α, γ είναι ετερόσημοι, τότε η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ έχει δύο πραγματικές ρίζες άνισες.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

A2. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\Delta > 0$ έχει:

- a) δύο ρίζες αντίθετες αν και μόνο αν $\beta = 0$
b) δύο ρίζες αντίστροφες αν και μόνο αν $\alpha = \gamma$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

A3. Να χαρακτηριστούν οι παρακάτω προτάσεις ως ΣΩΣΤΕΣ ή ΛΑΝΘΑΣΜΕΝΕΣ:

- i. Αν $\alpha < 0$ και n άρτιος φυσικός αριθμός, τότε $x^n = \alpha \Leftrightarrow x = \sqrt[n]{|\alpha|}$.
ii. Αν $\alpha < 0$ και n περιττός φυσικός αριθμός, τότε $x^n = \alpha \Leftrightarrow x = -\sqrt[n]{-\alpha}$.
iii. Αν $\alpha = \beta = 0$, τότε η εξίσωση $\alpha x + \beta = 0$ είναι ταυτότητα.
iv. Αν η $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ έχει λύση στο \mathbb{R} , τότε για τη διακρίνουσα ισχύει $\Delta > 0$.
v. Αν α, γ ομόσημοι, τότε η $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ δεν έχει πραγματικές ρίζες.

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

ΘΕΜΑ Β

B1. Έστω η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$. Αν για τους α, γ ισχύει ότι:
 $|\alpha - \gamma| = |\alpha| + |\gamma|$
τότε να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες.

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

B2. Αν η εξίσωση $(\lambda^2 - 2\lambda)x = \lambda^2 - 4$ είναι αδύνατη, να αποδείξετε ότι η εξίσωση $(\lambda + 3)x = \lambda^2$ έχει μοναδική λύση.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

B3. Να λυθούν οι εξισώσεις:

- a) $x^2 - (\sqrt{2} - \sqrt{5})x - \sqrt{10} = 0$
b) $(x^2 + x - 1)^2 - 6(x^2 + x - 1) + 5 = 0$

ΜΟΝΑΔΕΣ 10



ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Αν η εξίσωση $x^2 - 2\beta x + 2\gamma = 0$ είναι αδύνατη στο \mathbb{R} , τότε να δείξετε ότι:

- $\gamma > 0$
- η εξίσωση $x^2 + 3\beta x + 5\gamma = 0$ είναι αδύνατη στο \mathbb{R} .

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

Γ2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 3\lambda x - 27 = 0$.

- Να δείξετε ότι η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.
- Αν η μία ρίζα της εξίσωσης ισούται με το τετράγωνο της άλλης, να βρείτε τις ρίζες καθώς και το λ .

ΜΟΝΑΔΕΣ 15

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Δίνονται οι εξισώσεις $|2|x| - 3| - 1 = 0$ και $\frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{|2x - 3|} = 1$.

- Να βρείτε την κοινή ρίζα, έστω ρ , των δύο εξισώσεων.
- Να λύσετε την εξίσωση $|x - 2\rho| = 2x - \rho$.
- Να βρείτε τις τιμές του λ , για τις οποίες η εξίσωση $\lambda^4(x - \lambda) = \rho(x - 1)$ είναι ταυτότητα.

ΜΟΝΑΔΕΣ 12

Δ2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - \sqrt{7}x + \sqrt{3} = 0$ (1)

- Να υπολογίσετε την παράσταση $(\sqrt{3} - 2)^2$.
- Να δείξετε ότι η (1) έχει δύο πραγματικές και άνισες ρίζες, και να τις βρείτε.
- Να δείξετε ότι $\frac{2}{\sqrt{7} + \sqrt{3} - 2} + \frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{3} + 2} = \frac{\sqrt{21}}{3}$

ΜΟΝΑΔΕΣ 13