Μάθημα/Τάξη:	*ΑΛΓΕΒΡΑ – Β' ΛΥΚΕΙΟΥ*
Κεφάλαιο:	*1ο έως 4ο*
Ονοματεπώνυμο Μαθητή:	
Ημερομηνία:	*29/01/2018*
Επιδιωκόμενος Στόχος:	*65/100*

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδειχθεί ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με $x-\rho$ ισούται με το $P(\rho)$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

Α2. Να αποδειχθεί ότι αν το $x-\rho$ είναι παράγοντας του πολυωνύμου $P(x)$, τότε ο αριθμός ρ είναι ρίζα του πολυωνύμου, και αντιστρόφως.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

Α3. Να χαρακτηριστούν οι παρακάτω προτάσεις ως ΣΩΣΤΕΣ ή ΛΑΝΘΑΣΜΕΝΕΣ:

i. Η παράσταση $2x^3-4x^2-5x+\frac{2}{x}$ είναι πολυώνυμο 3ου βαθμού.

ii. $\deg[P(x)\cdot Q(x)]=\deg[P(x)]\cdot\deg[Q(x)]$

iii. Αν $P(-1)=0$, τότε το $x-1$ είναι παράγοντας του $P(x)$.

iv. Αν το $x+1$ είναι παράγοντας του $P(x)=x^{\nu}+1$, τότε ο ν είναι περιττός φυσικός.

v. Σε πολυώνυμο με ακέραιους συντελεστές, κάθε διαιρέτης του σταθερού όρου είναι ρίζα του πολυωνύμου.

vi. Η περίοδος της συνάρτησης $f(x)=\sigma\upsilon\nu 2x$ είναι $T=\pi$.

vii. Η εξίσωση $\eta\mu x=\alpha$ έχει ρίζα για κάθε $\alpha\in R$.

viii. Ισχύει ότι $\sigma\upsilon\nu^2\alpha=\sigma\upsilon\nu 2\alpha+\eta\mu^2\alpha$.

ix. Ισχύει ότι $\eta\mu\alpha\cdot\sigma\upsilon\nu\alpha=\frac{1}{2}\cdot\eta\mu 2\alpha$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 9Χ1=9

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x)=2x^3+\alpha x^2+x+2$, $Q(x)=\beta x^2+\gamma x+1$ και

$F(x)=x^3+(2\beta+\gamma)x^2-10x+4\beta$, με $\alpha,\beta,\gamma\in R$.

Επίσης γνωρίζουμε ότι το $P(x)$ έχει ρίζα το -1, το υπόλοιπο της διαίρεσης $Q(x)\div(x-2)$ είναι 15 και η αριθμητική τιμή του $F(x)$ για $x=1$ είναι 6.

(α) Να υπολογιστούν οι πραγματικοί αριθμοί α,β,γ.

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

(β) Αν $\alpha = 1$, $\beta = 2$ $\kappa\alpha\iota$ $\gamma = 3$:

i. να λύσετε την εξίσωση $P(x) = Q(x)$
ii. να λύσετε την ανίσωση $P(x) < F(x)$
iii. να λύσετε την εξίσωση $2\eta\mu^3 x - \eta\mu^2 x - 2\eta\mu x + 1 = 0$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5+6+7

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να βρεθεί πολυώνυμο P(x) για το οποίο ισχύει
$(3x + 2)P(x) = 3x^3 - 10x^2 + x + 6$

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

Γ2. Αν $0 < x < \pi/2$ και ισχύει (2συνx+1)(5συνx-4)=0, τότε

i. να δείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu x = \dfrac{4}{5}$

ii. να βρείτε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x.

ΜΟΝΑΔΕΣ 3+6

Γ3. Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{\varepsilon\varphi\dfrac{7\pi}{16} - \varepsilon\varphi\dfrac{3\pi}{16}}{1 + \varepsilon\varphi\dfrac{7\pi}{16} \cdot \varepsilon\varphi\dfrac{3\pi}{16}}$$

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

Γ4. Να αποδείξετε ότι:

$$\eta\mu\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \eta\mu\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \eta\mu x$$

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Έστω πολυώνυμο P(x) με P(0)=2 , P(1)=1 και P(-2)=10. Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης:

$$P(x) \div (x^3 + x^2 - 2x)$$

ΜΟΝΑΔΕΣ 13

Δ2. (α) Να λυθεί η εξίσωση: $\sqrt{2x+3} = \sqrt{x+1} + 1$

(β) Να λυθεί η ανίσωση: $\sqrt{x^2+1} > \sqrt{5x-5}$

ΜΟΝΑΔΕΣ 6+6