



Μάθημα/Τάξη:	Μαθηματικά Προσανατολισμού Β' Λυκείου Θετικών Επιστημών
Κεφάλαιο:	1ο+2ο
Όνοματεπώνυμο Μαθητή:	
Ημερομηνία:	5/1/2017
Επιδιωκόμενος Στόχος:	70/100

Θέμα 1^ο

A) i) Τι ονομάζεται εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$ των διανυσμάτων \vec{a} και $\vec{\beta}$;

Μονάδες 8

ii) Να αποδείξετε ότι οι συντεταγμένες του μέσου Μ του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ αν $A(x_1, \psi_1)$ και $B(x_2, \psi_2)$ δίνονται από τους τύπους: $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ και $\psi = \frac{\psi_1 + \psi_2}{2}$.

Μονάδες 9

B) Να αποδείξετε ότι το διάνυσμα με άκρα $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ δίνεται από τον τύπο:
 $\vec{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$.

Μονάδες 8

Θέμα 2^ο

A) Έστω τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ με $\text{προβ}_{\vec{\beta}} \vec{\alpha} = -2\vec{\beta}$ και $\text{προβ}_{\vec{\alpha}} \vec{\beta} = -\frac{1}{4}\vec{\alpha}$

α. Δείξτε ότι $|\vec{\alpha}| = 2\sqrt{2}|\vec{\beta}|$

β. Βρείτε την $\left(\hat{\vec{\alpha}}, \vec{\beta}\right)$.

Μονάδες 12

B) Δίνονται τα μη μηδενικά διανύσματα \vec{a} και \vec{b} για τα οποία ισχύουν οι σχέσεις

$\left(\vec{a}, \hat{\vec{a} + 2\vec{b}}\right) = \frac{\pi}{3}$ και $|\vec{a} + 2\vec{b}| = 2|\vec{a}|$.

α. Να αποδείξετε ότι $\vec{a} \perp \vec{b}$.

β. Να αποδείξετε ότι $|\vec{b}| = \frac{\sqrt{3}}{2}|\vec{a}|$.

Μονάδες 13



Θέμα 3^ο

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (2m-1)x - 2m+1 = 0$ (1).

α. Έστω ότι τα σημεία A,B, έχουν τεταγμένες τις ρίζες της (1) και το σημείο $M(k,3)$, είναι το μέσον του AB.

i. Να βρείτε το m.

ii. Να βρείτε το k ώστε το διάνυσμα \overline{MO} να σχηματίζει γωνία 300° , με τον άξονα $x'x$.

β. Αν τα διανύσματα \vec{a}, \vec{b} έχουν συντελεστές διεύθυνσης τις ρίζες της (1) να βρείτε το m ώστε τα \vec{a}, \vec{b} να είναι συγγραμικά.

Μονάδες 25

Θέμα 4^ο

A) Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες της μορφής $(2\alpha^2+\alpha+3)\chi + (\alpha^2-\alpha+1)\psi + (3\alpha+1)=0$, με $\alpha \in \mathbf{R}$ διέρχονται από το ίδιο σημείο.

Μονάδες 10

B) Θεωρούμε την ευθεία $(\varepsilon): kx + (k-1)y = 3k^2 - 3k$ με $k \in \mathbf{R}$

Έστω $(\varepsilon_1), (\varepsilon_2)$ οι ευθείες που προκύπτουν από την ευθεία (ε) για $k=2$ και $k=\frac{1}{2}$ αντίστοιχα. Η ευθεία (ε_1) τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία A και B αντίστοιχα, ενώ η ευθεία (ε_2) τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία C και D αντίστοιχα. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετράπλευρου ABCD.

Μονάδες 15

Επιμέλεια θεμάτων: Γεωργούλης Μάρκελλος
Καλή επιτυχία