



Μάθημα/Τάξη:	Μαθηματικά Προσανατολισμού Β' Λυκείου Θετικών Επιστημών
Κεφάλαιο:	Διανύσματα
Όνοματεπώνυμο Μαθητή:	
Ημερομηνία:	28-11-2016
Επιδιωκόμενος Στόχος:	70/100

Θέμα Α

A1) i) Τι ονομάζεται εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$ των διανυσμάτων \vec{a} και $\vec{\beta}$;
(Μονάδες 9)

A2) Τι ονομάζεται συντελεστής διεύθυνσης ενός διανύσματος $\vec{a} = (x, y)$ και τι γνωρίζετε για αυτόν;
(Μονάδες 8)

A3) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις σημειώνοντας στο γραπτό σας το αντίστοιχο γράμμα Σ (σωστό) ή Λ (λάθος).

1. Τα αντίθετα διανύσματα έχουν αντίθετους συντελεστές διεύθυνσης
2. Ισχύει η ισοδυναμία: $\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \det(\vec{\beta}, \vec{\alpha})$
3. Αν $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$ τότε $\vec{\alpha} = \vec{0}$ ή $\vec{\beta} = \vec{0}$
4. Τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (\kappa, -\kappa)$ και $\vec{\beta} = (-\kappa, \kappa)$ σχηματίζουν γωνία 135° με τον άξονα xx' .

(Μονάδες 8)

Θέμα Β

B1. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ με $\left(\frac{\square}{\vec{\alpha}}, \vec{\beta}\right) = \frac{\pi}{3}$ και $|\vec{\alpha}| = \sqrt{2}$, $|\vec{\beta}| = 2\sqrt{2}$

α) Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$
(Μονάδες 5)

β) Αν τα διανύσματα $2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ και $\kappa\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ είναι κάθετα να βρείτε την τιμή του κ .
(Μονάδες 5)

γ) Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$
(Μονάδες 5)



B2. Έστω $M(3,5)$ το μέσο ευθυγράμμου τμήματος AB με $A(1,1)$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου B .

(Μονάδες 5)

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες σημείου K του άξονα $x'x$ έτσι, ώστε να ισχύει $(KA) = (KB)$.

(Μονάδες 5)

Θέμα Γ

Γ1) Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a}=(1,4)$ και $\vec{\beta}=(2,3)$. Να αναλύσετε το $\vec{\beta}$ σε δύο κάθετες συνιστώσες εκ των οποίων η μία να είναι παράλληλη στο \vec{a} .

(Μονάδες 12)

Γ2) Στο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων Oxy θεωρούμε τα σημεία A και B του άξονα xx' , τα οποία έχουν τετμημένες τις ρίζες της εξίσωσης $x^2-(\lambda^2-5\lambda+20)x-2005=0$. Να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός λ , ώστε το μέσο του AB να έχει τετμημένη 7.

(Μονάδες 13)

Θέμα Δ

Δ1. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$ για τα οποία ισχύουν:

$$|\vec{\alpha}|=2, |\vec{\beta}|=1, (\vec{\alpha}, \vec{\beta})=60^\circ \text{ και } \vec{\gamma}=\frac{\kappa}{2}\cdot\vec{\alpha}-\vec{\beta}, \text{ όπου } \kappa\in\mathbb{R},$$

α) Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$

(Μονάδες 3)

β) Αν ισχύει $\vec{\beta}\cdot\vec{\gamma}=\kappa$, τότε:

i) να αποδείξετε ότι: $\kappa=-2$

(Μονάδες 4)

ii) να υπολογίσετε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma}$

(Μονάδες 6)

iii) να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $3\vec{\alpha}+2\vec{\gamma}$ και $\vec{\beta}-\vec{\gamma}$ είναι κάθετα.

(Μονάδες 6)

Δ2) Αν $|\vec{a}|=|\vec{\beta}|=1$ και $(\vec{a}, \vec{\beta})=\frac{2\pi}{3}$ να υπολογίσετε τη γωνία των διανυσμάτων

$$\vec{u}=2\vec{a}+4\vec{\beta} \text{ και } \vec{v}=\vec{a}-\vec{\beta}$$

(Μονάδες 6)

Καλή επιτυχία