

Μάθημα/Τάξη:	Μαθηματικά Προσανατολισμού Β' Λυκείου Θετικών Επιστημών
Κεφάλαιο:	Διανύσματα (1.1-1.4)
Όνοματεπώνυμο Μαθητή:	
Ημερομηνία:	17-10-2016
Επιδιωκόμενος Στόχος:	75/100

**Θέμα 1<sup>ο</sup>**

**A)** i) Τι ονομάζεται μέτρο ενός διανύσματος  $\overrightarrow{AB}$ ; Να βρείτε το μέτρο των διανυσμάτων  $\overrightarrow{AB}$  και  $\overrightarrow{\Gamma A}$  αν  $A(2,3)$ ,  $B(1,1)$  και  $\Gamma(0,-1)$ . Να εξετάσετε αν τα σημεία A, B, Γ είναι συνευθειακά.

Μονάδες 4-4-4

ii) Τι γνωρίζετε για το μέτρο αθροίσματος δύο διανυσμάτων; (τριγ. ανισότητα)

Μονάδες 6

**B)** Να αποδείξετε ότι το διάνυσμα με άκρα  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$  δίνεται από τον τύπο:  
 $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$ .

Μονάδες 7

**Θέμα 2<sup>ο</sup>**

**A)** Δίνεται τρίγωνο ABΓ και τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ . Αν  $\overrightarrow{AB} = 2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ ,  $\overrightarrow{A\Gamma} = 5\vec{\alpha} - \vec{\beta}$  και Δ είναι σημείο του χώρου τέτοιο ώστε  $\overrightarrow{A\Delta} = 11\vec{\alpha} - 5\vec{\beta}$  να αποδειχθεί ότι:

- τα σημεία B, Γ και Δ είναι συνευθειακά
- $B\Delta = 3B\Gamma$

Μονάδες 12

**B)** i) Να βρεθεί η απόσταση των σημείων  $A(2,-4)$  και  $B(4,9)$ .  
 ii) Να βρεθεί η απόσταση του σημείου  $\Gamma(\delta+1, -2\epsilon)$  από τον άξονα  $xx'$ .

Μονάδες 3-3

**Γ)** Αν για τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$ ,  $\vec{\beta}$ ,  $\vec{\gamma}$  ισχύουν οι σχέσεις  $\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} = \vec{0}$ ,  $|\vec{\beta}| = \lambda|\vec{\alpha}|$  και  $|\vec{\gamma}| = (\lambda+1)|\vec{\alpha}|$  με  $\lambda > 0$  να δειχθεί ότι  $\vec{\alpha} \uparrow \uparrow \vec{\beta}$  και  $\vec{\gamma} \uparrow \downarrow \vec{\beta}$ . (τριγωνική ανισότητα)

Μονάδες 7

**Θέμα 3<sup>ο</sup>**

- A.** Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με Α(4,-1), Β(5,8) και Γ(-2,-5).  
Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ. Μονάδες 7
- Να βρείτε τις συντεταγμένες του συμμετρικού του σημείου Β ως προς το σημείο Α.  
Μονάδες 10
- B.** Να αποδείξετε ότι η διανυσματική ακτίνα  $\overrightarrow{OM}$ , διανύσματος  $\overrightarrow{AB}$ , όπου Μ το μέσο του ισούται με:  $\overrightarrow{OM} = \frac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}}{2}$ . Μονάδες 8

**Θέμα 4<sup>ο</sup>**

- A)** Έστω  $\overrightarrow{ΚΛ}$  ένα μη μηδενικό διάνυσμα και σημείο Ν, τέτοιο ώστε να ισχύει  $\overrightarrow{ΚΝ} = \alpha \cdot \overrightarrow{ΚΛ}$  και  $\overrightarrow{ΛΝ} = \beta \cdot \overrightarrow{ΚΛ}$ . Να αποδείξετε ότι  $\alpha + \beta = 1$ . Μονάδες 10
- B)** Δίνονται τα σημεία Α, Β, Γ, Ρ, Σ για τα οποία ισχύει ότι  $\overrightarrow{ΡΑ} + 3\overrightarrow{ΣΑ} - 2\overrightarrow{ΣΡ} = \overrightarrow{ΣΒ} + 3\overrightarrow{ΡΓ}$ .  
Να αποδειχθεί ότι τα σημεία Α, Β, Γ είναι συνευθειακά με  $AB = \frac{3}{4}BG$ . Μονάδες 15

**Επιμέλεια θεμάτων: Γεωργούλης Μάρκελλος**  
**Καλή επιτυχία**