



Μάθημα/Τάξη:	ΜΑΘ/ΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
Κεφάλαιο:	ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ – ΟΡΙΑ
Όνοματεπώνυμο Μαθητή:	
Ημερομηνία:	06/11/2017
Επιδιωκόμενος Στόχος:	65/100

ΘΕΜΑ Α

- A1. Πότε δύο συναρτήσεις f, g λέγονται ίσες; ΜΟΝΑΔΕΣ 4
- A2. Να διατυπωθεί το Κριτήριο Παρεμβολής. ΜΟΝΑΔΕΣ 6
- A3. Πότε μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A καλείται γνησίως αύξουσα;
Πότε μία συνάρτηση f καλείται «ένα προς ένα» στο πεδίο ορισμού της; ΜΟΝΑΔΕΣ 6
- A4. Να χαρακτηριστούν οι παρακάτω προτάσεις ως ΣΩΣΤΕΣ ή ΛΑΝΘΑΣΜΕΝΕΣ:
- Ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.
 - Ισχύει πάντα ότι $f \circ g = g \circ f$.
 - Κάθε γνησίως μονότονη συνάρτηση έχει ακριβώς μία ρίζα.
 - Αν η f είναι «1-1», τότε είναι γνησίως μονότονη.
 - Αν η $f \circ f$ είναι γνησίως αύξουσα, τότε είναι απαραίτητως και f γνησίως αύξουσα.
 - Αν δύο συναρτήσεις έχουν τον ίδιο τύπο τότε είναι ίσες.
 - Αν η f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα Δ_1 και Δ_2 , τότε είναι γνησίως αύξουσα και στο $\Delta_1 \cup \Delta_2$.
 - Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$.
 - Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$ ή $-\infty$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 9x1=9

ΘΕΜΑ Β

- B1.** Έστω η συνάρτηση $f(x) = 2 - x - \ln x$.
- Να αποδειχθεί ότι η συνάρτηση είναι γνησίως φθίνουσα.
 - Να λυθεί η εξίσωση: $f(x) = 1$.
 - Να λυθεί η ανίσωση: $x + \ln x > 1$.
- ΜΟΝΑΔΕΣ 13
- B2.** Έστω η συνάρτηση $f: R \rightarrow R$ η οποία ικανοποιεί τη σχέση $f(f(x)) = 2x - f^3(x) + 5, x \in R$.
- Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f αντιστρέφεται.
 - Να λυθεί η εξίσωση: $f(2x^3 + x - 2) = f(2 - x)$.
- ΜΟΝΑΔΕΣ 12



ΑΡΕΙΜΑΝΙΟ®

ΔΙΚΤΥΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΩΝ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Αν ισχύει $5x^2 - 3x \leq f(x) \leq x^3 - \eta\mu 3x$ για κάθε $x \in R$, να υπολογίσετε:

- την τιμή της συνάρτησης για $x = 0$
- το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
- το $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$

ΜΟΝΑΔΕΣ 2+4+7=13

Γ2. Έστω η **περιττή** συνάρτηση $f: R \rightarrow R$ για την οποία ισχύει:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 3x^2 + 5}{\sqrt{x^3 + 1} - 3} = 4. \text{ Να υπολογιστεί το όριο: } \lim_{x \rightarrow -2} f(x).$$

ΜΟΝΑΔΕΣ 12

ΘΕΜΑ Δ

Έστω η συνάρτηση $f(x) = \ln \frac{1-x}{1+x}$.

- Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.
- Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα.
- Να αποδείξετε ότι η f αντιστρέφεται, και να βρεθεί η αντίστροφή της.
- Να αποδείξετε ότι η f είναι περιττή.
- Να υπολογιστεί το όριο $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 3

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

ΜΟΝΑΔΕΣ 3

ΜΟΝΑΔΕΣ 5