



Μάθημα/Τάξη:	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ
Κεφάλαιο:	ΠΑΡΑΓΩΓΟΙ
Όνοματεπώνυμο Μαθητή:	
Ημερομηνία:	29/1/2018
Επιδιωκόμενος Στόχος:	70/100

### ΘΕΜΑ 1ο

Α. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιο σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό** αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

i. Ισχύει ότι  $(\sqrt{3})' = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ .

ii. Αν μια συνάρτηση  $f$  δεν είναι συνεχής στο  $x_0$  τότε δεν μπορεί να είναι παραγωγίσιμη στο ίδιο σημείο.

iii. Ισχύει ότι  $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 1} \frac{1}{x_0} \cdot \frac{f(x_0 h) - f(x_0)}{h - 1}$ ,  $x_0 \in \mathbb{R}$ .

iv. Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$  και δεν αντιστρέφεται, τότε υπάρχει σημείο της που η εφαπτόμενη είναι παράλληλη στον άξονα των  $x$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 12**

Β. Να δώσετε τον ορισμό του θεωρήματος Rolle αλλά και την γεωμετρική του ερμηνεία.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 4+2**

Γ. Να αποδείξετε ότι  $(\epsilon\phi x)' = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$ ,  $x \in \mathbb{R} - \{x / \sigma\upsilon\nu x = 0\}$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 7**



**ΘΕΜΑ 2ο**

A. Να βρείτε την παράγωγο των τριών συναρτήσεων :

$$\alpha) f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2 \ln x - 6, \beta) g(x) = (x^2 + 1) \cdot \eta\mu x, \gamma) h(x) = e^{5x - \sqrt{x}}$$

**ΜΟΝΑΔΕΣ 12**

B. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 5x + 6, & x \leq 1 \\ 3x^2 + 7x + 7, & x > 1 \end{cases}$ .

- Να εξετάσετε αν εφαρμόζετε το Θ.Μ.Τ. για την  $f$  στο διάστημα  $[-3, 1]$
- Να αποδείξετε ότι υπάρχει ένα τουλάχιστον  $\xi \in (-3, 1)$ , ώστε  $f'(\xi) = 2$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 7+6**

**ΘΕΜΑ 3ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} e^{x-1} + \beta x - \beta - 1, & x < 1 \\ \ln x + \alpha, & x \geq 1 \end{cases}$ , η οποία είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0 = 1$ .

Θεωρούμε επιπλέον μια συνάρτηση  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , η οποία είναι παραγωγίσιμη και διέρχεται από τα σημεία  $A(0, 1)$  και  $B(1, 0)$ .

A. Να βρείτε τις τιμές  $\alpha$  και  $\beta$ .

B. Να βρείτε την εφαπτόμενη  $\epsilon$  της  $C_f$  στο  $x_0 = 1$ .

Γ. Να δείξετε ότι υπάρχει  $\xi \in (0, 1)$  τέτοιο ώστε η εφαπτόμενη της  $C_g$  στο  $x_0 = \xi$  να είναι κάθετη στην ευθεία  $\epsilon$  του ερωτήματος B.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 10+7+8**

**ΘΕΜΑ 4ο**



Έστω η συνεχής συνάρτηση  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  για την οποία ισχύουν :

- i.  $f(0) > 1$ ,
- ii.  $f^2(x) - 2f(x) = e^{2x} + 2e^x$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ,

**A.** Να δείξετε ότι  $f(x) = e^x + 2$  , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  .

**B. α)** Να δείξετε ότι η εξίσωση  $e^x + 4x = \lambda$  έχει μοναδική ρίζα στο  $\mathbb{R}$  για κάθε τιμή της παραμέτρου  $\lambda \in \mathbb{R}$  .

**β)** Να δείξετε ότι η συναρτήσεις  $f(x) = e^x + 2$  και  $g(x) = -x^2 + 2$  έχουν κοινή εφαπτομένη.

**Γ.** Να λύσετε την ανίσωση:  $f(x^2) - f(-x + 2) > 4(g(x) - x)$  με  $x \in \mathbb{R}$  .

**Δ.** Δύο σημεία με την ίδια τετμημένη  $A(x(t), y_1(t))$  και  $B(x(t), y_2(t))$  κινούνται στις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f, g$  αντίστοιχα. Αν η τετμημένη τους  $x$  αυξάνεται με ρυθμό  $1 \text{ cm/sec}$  να βρείτε τη θέση των σημείων για την οποία ισχύει :  $y_1'(t) = 2y_2'(t) + 1$  με  $t \geq 0$  .

. ΜΟΝΑΔΕΣ 6+4+6+4+5

***ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!***