



| | |
|-----------------------|--------------------------------------|
| Μάθημα/Τάξη: | ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ |
| Κεφάλαιο: | 1ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ |
| Όνοματεπώνυμο Μαθητή: | |
| Ημερομηνία: | 3/12/2018 |
| Επιδιωκόμενος Στόχος: | 70/100 |

ΘΕΜΑ 1ο

A. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιο σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό** αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- i. Μια συνεχής συνάρτηση με πεδίο ορισμού κλειστό διάστημα , η οποία έχει δυο σημεία της με τεταγμένες ετερόσημες , έχει σύνολο τιμών κλειστό διάστημα
- ii. Αν f, g συνεχείς συναρτήσεις με $f(x) > g(x)$ για κάθε πραγματικό αριθμό x , υπάρχει σημείο x_0 με $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.
- iii. Αν μια συνάρτηση είναι γνησίως μονότονη, συνεχείς και έχει σύνολο τιμών ανοικτό διάστημα τότε το πεδίο ορισμού της θα είναι ανοικτό διάστημα .
- iv. Αν για οποιαδήποτε $\alpha, \beta \in A_f = [\gamma, \delta]$ με $\alpha \neq \beta$ ισχύει $f(\alpha) \neq f(\beta)$ τότε η εξίσωση $f(x)=\kappa$, $\kappa \in f(A) = [f(\gamma), f(\delta)]$ έχει μια τουλάχιστον λύση.
- v. Αν η συνάρτηση $f : [\alpha, \beta] \rightarrow \mathcal{R}$ είναι συνεχής στο $(\alpha, \beta]$ και δεν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x)$ τότε η συνάρτηση f δεν είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 15

B. Να αποδείξετε το θεώρημα των ενδιάμεσων τιμών.

ΜΟΝΑΔΕΣ 10



ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, για την οποία ισχύει : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - x^2}{x} = 2$.

B1. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

B2. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

B3. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + x + \eta\mu x}{\sqrt{x+1} - 1}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

B4. Να βρείτε το λ , ώστε $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\lambda f(x) - x^3}{\lambda x^2 + f^2(x)} = 2$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση : $f(x) = \sqrt{x} - e^{-x}$.

Γ1. Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία.

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

Γ2. Να βρείτε το σύνολο τιμών της f .

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

Γ3. Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $x'x$ σε ένα ακριβώς σημείο.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Γ4. Να αποδείξετε η εξίσωση : $e^x \sqrt{x} = 1 + 2017e^x$ έχει μοναδική λύση .

ΜΟΝΑΔΕΣ 8



ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται συνεχής συνάρτησης $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει : $xf(x) = x + 2\eta\mu x$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να βρείτε την τιμή $f(0)$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 3

Δ2. Να αποδείξετε ότι $f(x) < 3$ για κάθε $x > 0$ και να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{f(x) - 3}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Δ3. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $f(x) = 2$ έχει τουλάχιστον μια ρίζα στο διάστημα $(\frac{\pi}{2}, \pi)$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Δ4. Να βρείτε το $f([\pi, -\frac{\pi}{2}])$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Δ5. Να αποδείξετε ότι υπάρχει τουλάχιστον ένα $\xi > \pi$ τέτοιο ώστε $f(\xi) = \frac{2018(\xi - \pi) + 2017}{2017(\xi - \pi) + 2018}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!