<u>Απαντήσεις Θεμάτων Διαγωνίσματος Β΄ Κύκλου</u>

<u>Φυσική Β΄Λυκείου Ο.Π.Θ.Σ 25/02/2019</u>

<u>Θέμα Α</u>

Α1. Δ **Α2.** Γ **Α3.** Α **Α4**. Β **Α5.** Λ Λ Λ Σ Λ

<u>Θέμα Β</u>

Β1. Το αέριο θεωρείται ιδανικό με αδιαβατικό συντελεστή γ=3/2, από όπου διαδοχικά βρίσκουμε:

$\gamma=3 \Leftrightarrow C_p/C_v=3 \Leftrightarrow (C_v+R)/C_v=3 \Leftrightarrow 2C_v=R \Leftrightarrow \mathbf{C_v=R/2}$ και $C_p=C_v+R \Leftrightarrow \mathbf{C_p=3R/2}$.

Το αέριο εκτονώνεται ισοβαρώς έως την διπλάσια θερμοκρασία, επομένως φτάνει σε συνθήκες διπλάσιου όγκου (από νόμο Gay-Lussac), συνεπώς παράγεται έργο:

$W= P\cdot\Delta V \Leftrightarrow W= P\cdot\Delta V \Leftrightarrow W= P\cdot(2V_A - V_A) \Leftrightarrow W= P\cdot V_A \Leftrightarrow$ **$W = 800$ Joule (Α).**

Β2. Η θερμότητα κατά την ισοβαρή μεταβολή του αερίου θα βρεθεί ως εξής:

$Q= nCp\Delta T \Leftrightarrow Q=n3R/2(2T_A-T_A) \Leftrightarrow Q= 3nRT_A/2 \Leftrightarrow Q=3P_AV_A/2 \Leftrightarrow$ **Q=1200Joule (Γ).**

Β3. Από τις ίδιες αρχικές συνθήκες, θέλουμε να υποβάλλουμε σε αδιαβατική αντιστρεπτή μεταβολή το αέριο και να παραχθεί μηχανικό έργο ίσο με W/2= 400Joule.

Το έργο της αδιαβατικής μεταβολής <u>θα είναι ίσο με το αντίθετο της μεταβολής της εσωτερικής ενέργειας του αερίου</u>, επομένως καταλαβαίνουμε πως το αέριο <u>πρέπει να ψυχθεί ή αλλιώς να εκτονωθεί</u>. Ωστόσο πρέπει να βρούμε μια νέα τιμή για την τιμή της θερμοκρασίας ή του όγκου του για να απαντήσουμε.

Πράγματι, αν θεωρήσουμε πως το αέριο ψύχεται σε μια θερμοκρασία T_B, τότε θα ισχύει: $\Delta U=-400\text{Joule} \Leftrightarrow nCv\Delta T = -400 \Leftrightarrow nR/2\cdot(T_B-T_A) = -400 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P_AV_A/T_A\cdot(T_B-T_A) = -400 \Leftrightarrow 2\cdot10^{-5}\cdot4\cdot10^{-3}/400\cdot(T_B-T_A)=-400 \Leftrightarrow 2\cdot(T_B-T_A)=-400 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (T_B-T_A)=-200 \Leftrightarrow$ **$T_B=200^0$K (Α).**

(Η απάντηση Γ απορρίπτεται, γιατί ενώ είναι και αυτή ψύξη, αν κάνουμε χρήση της Poisson, γνωρίζοντας ότι $C_v=3R/2 \Leftrightarrow C_p=5R/2 \Leftrightarrow \gamma=5/3$, θα έχουμε:

$V_A^{\gamma-1}T_A=V_B^{\gamma-1}T_B \Leftrightarrow (V_A/V_B)^{\gamma-1}= T_B/T_A=2 \Leftrightarrow (V_A/V_B)^{2/3}=2 \Leftrightarrow V_A/V_B=\sqrt{8} \neq 1/3$.)

Θέμα Γ

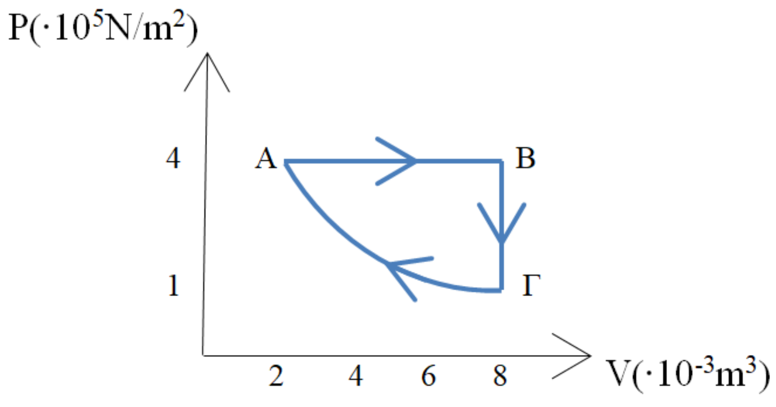
Γ1, Γ2. Για να αποδείξουμε ότι η μεταβολή είναι ισόθερμη, θα πρέπει να ισχύουν οι δύο συνθήκες της, δηλαδή $T_A=T_Γ$ και $P_AV_A=P_ΓV_Γ$. Η απόδειξη θα μας βοηθήσει να βρούμε και τις τιμές των μακροσκοπικών μεταβλητών στην κατάσταση Γ, κάτι που ζητείται στο επόμενο ερώτημα.

Έχουμε λοιπόν: Α$\rightarrow$Β ισοβαρής εκτόνωση μέχρι την τετραπλάσια θερμοκρασία, άρα και μέχρι τον τετραπλάσιο όγκο (βάση νόμου Gay-Lussac), δηλαδή: $\mathbf{T_B=4T_A}$, $V_B=4V_A$.
Ασφαλώς $P_A=P_B$.
Β$\rightarrow$Γ ισόχωρη ψύξη σε όγκο $\mathbf{V_B=V_Γ=8L}$, άρα από προηγούμενα: $V_B=4V_A \Leftrightarrow \mathbf{V_A=2L}$.

Από την τιμή της θερμότητας που ανταλλάσσεται (που είναι αρνητική λόγω ψύξης, άρα Q=-3600 Joule) , έχουμε:
$Q=nCv\Delta T=-3600 \Leftrightarrow 2/R\cdot 3R/2\cdot\Delta T=-3600 \Leftrightarrow 3\Delta T=-3600 \Leftrightarrow \Delta T=-1200 \Leftrightarrow (T_Γ-T_B)=-1200 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (T_Γ-4T_A)=-1200 \Leftrightarrow T_Γ-1600=-1200 \Leftrightarrow \mathbf{T_Γ=400^0K=T_A}$
Επίσης, έχουμε λόγω του νόμου Charles ότι : $T_Γ/T_B=1/4=P_Γ/P_B \Leftrightarrow P_Γ=P_B/4=P_A/4$.

Συνεπώς: $P_ΓV_Γ=P_A/4\cdot 4V_A \Leftrightarrow \mathbf{P_ΓV_Γ=P_AV_A}$. **Άρα η Γ$\rightarrow$Α είναι ισόθερμη**.

Για τις επιμέρους καταστάσεις μένει να βρούμε τις τιμές των πιέσεων:
$P_AV_A=nRT_A \Leftrightarrow P_A=nRT_A/V_A \Leftrightarrow P_A=2/R\cdot R\cdot 400/2\cdot 10^{-3} \Leftrightarrow \mathbf{P_A=4\cdot 10^5\ N/m^2}$.
Και έτσι ισχύει: $\mathbf{P_B=4\cdot 10^5\ N/m^2}$, $\mathbf{P_Γ=10^5\ N/m^2}$.
Το διάγραμμα P-V της κυκλικής μεταβολής θα είναι:



Γ3. Κατά την μεταβολή Β→Γ δεν παράγεται έργο, αφού πρόκειται για ισόχωρη μεταβολή, επομένως το συνολικό έργο σε έναν κύκλο είναι ίσο με:

$W_{ολ} = W_{A\to B} + W_{Γ\to A}$.

$W_{A\to B} = P_A(V_B - V_A) = 4\cdot 10^5 \cdot 6\cdot 10^{-3} = 2400$ Joule.

$W_{Γ\to A} = nRT_A \ln(V_A/V_Γ) \Leftrightarrow W_{Γ\to A} = nRT_A \ln(V_A/V_Γ) = 2/R\cdot R\cdot 400\ln(1/4) = -1120$Joule.

Άρα λοιπόν: $W_{ολ} = W_{A\to B} + W_{Γ\to A} = 2400-1120 \Leftrightarrow$ **$W_{ολ}$ = 1280 Joule .**

Γ4. Για τον υπολογισμό του συντελεστή απόδοσης της θερμικής μηχανής βρίσκουμε την τιμή της προσφερόμενης στο αέριο θερμότητας, κατά την διάρκεια ενός κύκλου.

Από τις μεταβολές του κύκλου μόνο στην ισοβαρή εκτόνωση Α→Β έχουμε απόδοση θερμότητας στο αέριο, άρα: $Q_{προσ} = nCpΔT \Leftrightarrow Q_{προσ} = nC_pΔT = 2/R\cdot 5R/2\cdot(T_B - T_A) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow Q_{προσ} = 5\cdot 1200 \Leftrightarrow Q_{προσ} = 6000$Joule .

Επομένως: $e = W_{ολ} / Q_{προσ} \Leftrightarrow e = 1280/6000 \Leftrightarrow$ **$e \approx 21{,}3\%$.**

Θέμα Δ

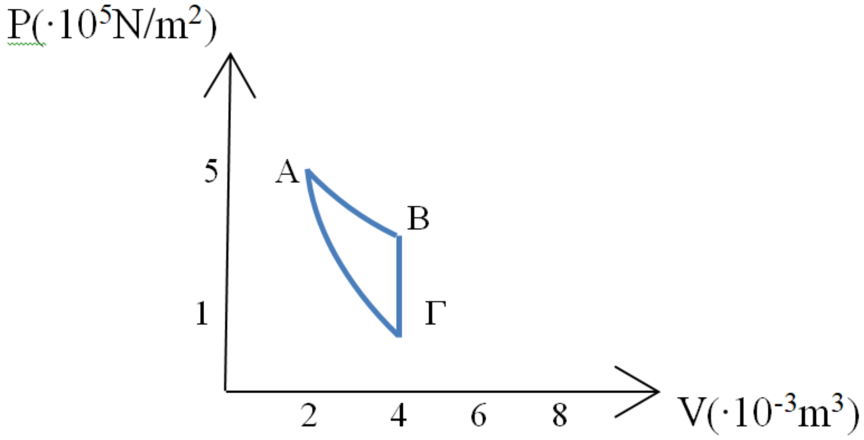
Δ1. Αρχικά παρατηρούμε πως ο αδιαβατικός συντελεστής του αερίου είναι γ=3, επομένως βρίσκουμε αντίστοιχα: $C_p/C_v = 3 \Leftrightarrow (C_v + R)/C_v = 3 \Leftrightarrow$ **$C_v = R/2$** $\Leftrightarrow$ **$C_p = 3R/2$**.

Α→Β: Το αέριο μεταβαίνει ισόθερμα σε διπλάσιο του αρχικού όγκο, δηλαδή V_B=4L, επομένως μέσω του νόμου του Boyle η πίεση του υποδιπλασιάζεται, άρα P_B=5/2atm.

Β→Γ: Κατά την ισόχωρη μεταβολή η θερμοκρασία γίνεται $T_Γ = T_B/4 = T_A/4$, συνεπώς η πίεση του, λόγω του νόμου του Charles, θα έχει γίνει: $P_Γ = P_B/4 = 5/8$ atm και $V_Γ$=4L.

Γ→Δ: Το αέριο μεταβαίνει αδιαβατικά σε πίεση **$P_Δ = P_A$** . Μέσω του νόμου Poisson:

$P_A V_Δ^γ = P_Γ V_Γ^γ \Leftrightarrow (P_A/P_Γ) = (V_Γ/V_Δ)^γ \Leftrightarrow 8 = (V_Γ/V_Δ)^3 \Leftrightarrow (V_Γ/V_Δ) = 2 \Leftrightarrow$ **$V_Δ$=2L=V_A** , δηλαδή στην κατάσταση Δ το αέριο έχει τις τιμές πίεσης και όγκου τις αρχικής κατάστασης Α, επομένως και **$T_A = T_Δ$, δηλαδή η κατάσταση Δ είναι η αρχική κατάσταση Α του αερίου.**



Δ2. Η μεταβολή Β→Γ είναι ισόχωρη , άρα η μεταβολή της εσωτερικής της ενέργειας θα βρίσκεται ως εξής:

$\Delta U = nC_v\Delta T = nC_v(T_\Gamma - T_B)$, αλλά $T_B = T_A$ και $T_\Gamma = T_A/4$, επομένως:

$\Delta U = nC_v(T_\Gamma - T_B) = nC_v(T_A/4 - T_A) = -3nC_vT_A/4 = -3n\cdot R/2\cdot T_A/4 = -3/8\cdot P_AV_A \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \Delta U = -3/8\cdot 5\cdot 10^{-5}\cdot 2\cdot 10^{-3} \Leftrightarrow$ **$\Delta U = -475$Joule** .

Δ3. Για να βρούμε τον συντελεστή απόδοσης της αντίστοιχης θερμικής μηχανής θα εφαρμόσουμε την σχέση : $e = 1 - \frac{|Q\alpha\pi o\beta|}{Q\pi\rho o\sigma}$, όπου Qαποβ η αποβαλλόμενη θερμότητα και Qπροσ η αντίστοιχη προσφερόμενη, κατά την διάρκεια του κύκλου.

Η μεν αποβαλλόμενη θερμότητα είναι κατά την διάρκεια της ισόχωρης μεταβολής Β→Γ, δηλαδή Qαποβ =ΔU= -375 Joule.

Η δε προσφερόμενη είναι η θερμότητα που δίδεται κατά την ισόθερμη μεταβολή, δηλαδή: $Q\pi\rho o\sigma = nRT_A\ln(V_B/V_A) \Leftrightarrow Q\pi\rho o\sigma = P_AV_A\ln2 \Leftrightarrow Q\pi\rho o\sigma = 5\cdot 10^{-5}\cdot 2\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}7 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow Q\pi\rho o\sigma = 1000$Joule.

Συνεπώς: $e = 1 - \frac{375}{1000} \Leftrightarrow$ **e = 62,5%** .

Δ4. Η συχνότητα λειτουργίας της μηχανής είναι 10Hz, επομένως η μηχανή έχει περίοδο (δηλαδή εκτελεί έναν κύκλο) ίσο με T=0,1sec.

Άρα λοιπόν, η ισχύς της προσφερόμενης θερμότητας είναι:

$P_{\pi\rho o\sigma} = Q\pi\rho o\sigma/T \Leftrightarrow P_{\pi\rho o\sigma} = 1000 / 0{,}1 \Leftrightarrow$ **$P_{\pi\rho o\sigma} = 10.000$W.**

Για το έργο που παράγεται ισχύει: $W = Q_{προσ} - |Q_{αποβ}| \Leftrightarrow W = 625Joule$, δηλαδή η αντίστοιχη ισχύς παραγωγής έργου θα είναι: $P_{εργου} = W/T \Leftrightarrow$ $\mathbf{P_{εργου}}$ = 625/0,1 = **6250W.**

Δ5. Ο συντελεστής της αντίστοιχης μηχανής Carnot ανάμεσα στις δύο ίδιες ακραίες θερμοκρασίες ισούται με : $e_c = 1- T_c/T_h$, με $T_h= T_A$ και $T_c=T_Γ=T_A/4$, άρα :

$e_c = 1- T_A/4 / T_A \Leftrightarrow e_c = 1- ¼ \Leftrightarrow$ $\mathbf{e_c = 75\%}$ **.**

Σχόλιο: Δόθηκε βάση στην ουσία της ύλης των «Νόμων των ιδανικών αερίων» και του Α΄ θερμοδυναμικού Νόμου, τους οποίους ακολουθούν οι αντιστρεπτές μεταβολές τους. Για την ορθή επίλυση των ζητημάτων ζητήθηκε κάθε απόσταγμα της ομορφιάς της Θερμοδυναμικής, σαν αυτούσιο διαγώνισμα πάνω σε αυτόν τον τομέα της Φυσικής, με τις τόσες σημερινές εφαρμογές, ένας αποχαιρετισμός άξιος σε ένα πλούσιο σε φαντασία κεφάλαιο από τους μαθητές μας! Η πιθανή ευκολία πιστοποιεί την βαθιά γνώση τους…