



Μάθημα/Τάξη:	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
Κεφάλαιο:	ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ / ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΡΙΓΩΝΩΝ
Όνοματεπώνυμο Μαθητή:	
Ημερομηνία:	18/11/2019
Επιδιωκόμενος Στόχος:	70/100

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηριστούν οι παρακάτω προτάσεις ως ΣΩΣΤΕΣ ή ΛΑΝΘΑΣΜΕΝΕΣ :

- Η ισότητα $|x - 2| = 2 - x$ αληθεύει για $x > 2$.
- Ισχύει ότι $|a + \beta| = |a| + |\beta|$.
- Το τετράγωνο ενός πραγματικού αριθμού είναι πάντα θετικός αριθμός.
- Αν $x > 1$ και $\psi < 2$, τότε $(1 - x)(\psi - 2) < 0$.
- Αν $\alpha \cdot \beta > 0$ τότε $\sqrt{\alpha \cdot \beta} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}$.
- Για κάθε ν, μ θετικούς ακέραιους και $\alpha \geq 0$ ισχύει ότι $\sqrt[\nu]{\sqrt[\mu]{\alpha}} = \sqrt[\nu+\mu]{\alpha}$.
- Για κάθε x, y πραγματικούς αριθμούς ισχύει ότι $|x - y| = |y - x|$.
- Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma > \delta$, τότε $\alpha\gamma > \beta\delta$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8χ1,5=12

A2. α) Να αποδείξετε ότι για κάθε $x, y \in \mathbb{R}$ ισχύει

$$\frac{x^2+y^2}{2} \geq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2$$

β) Να αποδειχθεί ότι για όλους τους πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει

$$\alpha^2 + \beta^2 \geq 2\alpha\beta$$

ΜΟΝΑΔΕΣ 7+6=13

ΘΕΜΑ Β

B1. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

i. $\frac{9x^2-16}{6x-18} =$

ii. $\frac{x^3-\psi^3}{2x+\psi} \cdot \frac{4x^2-\psi^2}{x^2+x\psi+\psi^2} =$

ΜΟΝΑΔΕΣ 6



B2. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς α και β ισχύουν

$$2 < x < 3 \quad \text{και} \quad 1 < \psi < 4$$

τότε να υπολογιστούν η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή των παρακάτω παραστάσεων:

i. $A = x + \psi$

iii. $\Delta = \chi/\psi$

ii. $\Gamma = 2x - 3\psi$

iv. $E = x^2 + \psi^2$

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

B3. Αν γνωρίζετε ότι $2 < \alpha < 8$, τότε:

i. να γράψετε σε απλούστερη μορφή την παράσταση

$$B = 5|\alpha - 1| - 3|\alpha - 9| + 4|2 + \alpha| + 5|10 - \alpha|$$

ii. να βρείτε μεταξύ ποιων τιμών περιέχεται η παράσταση B .

ΜΟΝΑΔΕΣ 7+2=9

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Αν $3 < x < 5$, να απλοποιηθεί η παράσταση:

$$A = \sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 - 10x + 25}$$

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

Γ2. Να μετατρέψετε τις παρακάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή:

i. $\frac{3}{\sqrt{2}} =$

iii. $\frac{x-2}{\sqrt{x-3}} =$

ii. $\frac{5}{\sqrt[3]{2}} =$

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

Γ3. Να γράψετε την παρακάτω παράσταση με τη χρήση μίας μόνο ρίζας:

$$\Gamma = \sqrt[5]{\alpha\sqrt{\alpha^3\sqrt{\alpha}}}$$

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

Γ4. Να αποδείξετε ότι $\sqrt[3]{5 - \sqrt{21}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{7} + \sqrt{5}} \cdot \sqrt[3]{5 + \sqrt{21}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{7} - \sqrt{5}} = 2$

ΜΟΝΑΔΕΣ 7



ΘΕΜΑ Δ

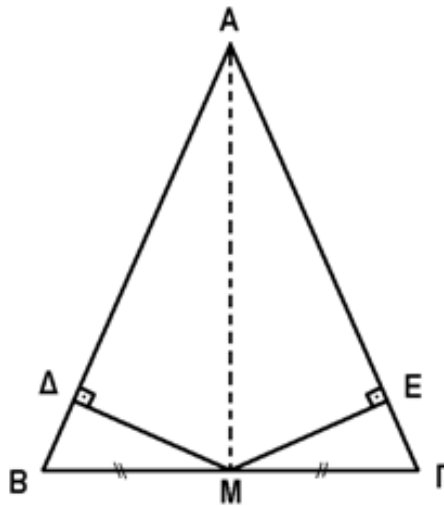
- Δ1. α) Να αποδείξετε ότι κάθε σημείο που ανήκει στη διχοτόμο μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της.
- β) Να διατυπώσετε το αντίστροφο του παραπάνω θεωρήματος και στη συνέχεια να το αποδείξετε.

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

- Δ2. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$, και M το μέσο της βάσης $B\Gamma$.

Αν $M\Delta$, ME είναι οι αποστάσεις του M από τις AB και $A\Gamma$ αντιστοίχως, τότε να αποδείξετε ότι:

- I. $M\Delta = ME$
II. η AM διχοτομεί τη γωνία $\widehat{M}\Delta E$.



ΜΟΝΑΔΕΣ 6