ΑΡΕΙΜΑΝΙΟ
ΔΙΚΤΥΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΩΝ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Μάθημα/Τάξη:	*ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣ/ΣΜΟΥ – Β' ΛΥΚΕΙΟΥ*
Κεφάλαιο:	*ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ*
Ονοματεπώνυμο Μαθητή:	
Ημερομηνία:	*21/10/2019*
Επιδιωκόμενος Στόχος:	*75/100*

ΘΕΜΑ Α

Α1. Τι ονομάζεται εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ του επιπέδου;

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

Α2. Να χαρακτηριστούν οι παρακάτω προτάσεις ως ΣΩΣΤΕΣ ή ΛΑΝΘΑΣΜΕΝΕΣ:

i. Αν $\lambda < 0$, τότε $\lambda \cdot \vec{\alpha} \nearrow\nearrow \vec{\alpha}$.
ii. Αν $\lambda\vec{\alpha} = \vec{0}$, τότε $\lambda = 0$ ή $\vec{\alpha} = \vec{0}$.
iii. Το διάνυσμα με άκρα τα $A(x_1, \psi_1)$ και $B(x_2, \psi_2)$ είναι το $\overrightarrow{AB} = (x_1 - x_2\ ,\ \psi_1 - \psi_2)$.
iv. Ο συντελεστής διεύθυνσης λ ενός διανύσματος, είναι το συνημίτονο της γωνίας που σχηματίζει το διάνυσμα με τον άξονα χ'χ.
v. Τα διανύσματα $\vec{u} = (-2, 5)$ και $\vec{v} = (4, -10)$ είναι συγγραμμικά.
vi. Ισχύει ότι $|-\vec{\alpha}| = -|\vec{\alpha}|$ για οποιοδήποτε διάνυσμα $\vec{\alpha}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 6Χ2=12

Α3. Να αποδείξετε ότι για το μέτρο ενός διανύσματος $\vec{\alpha} = (x, \psi)$ ισχύει $|\vec{\alpha}| = \sqrt{x^2 + \psi^2}$.

(Να γίνει και το κατάλληλο σχήμα)

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

ΘΕΜΑ Β

Β1. Έστω Α,Β,Γ,Δ σημεία μη συνευθειακά για τα οποία ισχύει ότι $5\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{A\Gamma} = \overrightarrow{\Gamma\Delta} - 3\overrightarrow{B\Delta}$.

Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.

ΜΟΝΑΔΕΣ 12

Β2. Δίνονται τα διανύσματα $\overrightarrow{OA} = \vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma}$, $\overrightarrow{OB} = 5\vec{\alpha} + 3\vec{\beta} + 4\vec{\gamma}$ και

$\overrightarrow{O\Gamma} = 13\vec{\alpha} + 7\vec{\beta} + 10\vec{\gamma}$.

Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α, Β και Γ είναι συνευθειακά.

ΜΟΝΑΔΕΣ 13

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Δίνεται το σημείο $A(\lambda^2 - 9\,, \lambda^2 - \lambda)$ όπου λ πραγματικός αριθμός.

Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in R$ το σημείο ανήκει:

a. στον άξονα χ΄χ

b. στον άξονα y΄ y

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

Γ2. Δίνονται τα διανύσματα. $\vec{\alpha} = (1, -2)$ και $\vec{\beta} = (-3,2)$.

a. Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\vec{\gamma} = -\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$ και $\vec{\delta} = \vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$.

b. Να γράψετε το διάνυσμα $\vec{\alpha}$ σαν γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\gamma}$ και $\vec{\delta}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 6+9=15

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Έστω τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ *και* $\vec{\gamma}$ για τα οποία ισχύουν:

$\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} = \vec{0}$ και $\frac{|\vec{\alpha}|}{3} = \frac{|\vec{\beta}|}{4} = \frac{|\vec{\gamma}|}{7}$. Να αποδείξετε ότι:

a. $\vec{\alpha} \uparrow\uparrow \vec{\beta}$ και $\vec{\beta} \uparrow\downarrow \vec{\gamma}$

b. $7\vec{\alpha} + 3\vec{\gamma} = \vec{0}$

ΜΟΝΑΔΕΣ 7+6=13

Δ2. Αν $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}| = 1$ και $(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}}) = {}^{2\pi}/_{3}$, να υπολογιστούν:

a. το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$,

b. τα μέτρα των διανυσμάτων $\vec{u} = 2\vec{\alpha} + 4\vec{\beta}$ και $\vec{v} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$,

c. η γωνία των διανυσμάτων $\vec{u}$ και $\vec{v}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 2+5+5=12