



Μάθημα/Τάξη:	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣ/ΣΜΟΥ - Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
Κεφάλαιο:	ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ-ΟΡΙΑ-ΣΥΝΕΧΕΙΑ
Όνοματεπώνυμο Μαθητή:	
Ημερομηνία:	09/12/2019
Επιδιωκόμενος Στόχος:	65/100

ΘΕΜΑ Α

A1. Πότε η ακολουθία (a_n) έχει όριο $l \in R$;

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

A2. Να διατυπώσετε για μια συνεχή συνάρτηση το θεώρημα μέγιστης και ελάχιστης τιμής.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

A3. Να χαρακτηριστούν οι παρακάτω προτάσεις ως ΣΩΣΤΕΣ ή ΛΑΝΘΑΣΜΕΝΕΣ:

i. Έστω η $f(x) = \frac{x^2+x+3}{2x^2+5}$. Ο αριθμός που προσεγγίζει με ικανοποιητική ακρίβεια η τιμή $f(10^{2019})$ είναι το 0 .

ii. Είναι $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\eta\mu x}{x} = 1$.

iii. Είναι $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^v} = +\infty$.

iv. Οι γραφικές παραστάσεις των f και f^{-1} τέμνονται πάνω στην ευθεία $y = x$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 12

A4. Έστω ο ακόλουθος ισχυρισμός:

«Αν η f είναι συνεχής στο $[a, \beta]$ και στο $(\beta, \gamma]$, τότε είναι συνεχής και στο $[a, \gamma]$ ».

Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό ως ΑΛΗΘΗ ή ΨΕΥΔΗ, και στη συνέχεια να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ΜΟΝΑΔΕΣ 1+3=4

ΘΕΜΑ Β

B1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{(\lambda-1)x^2+x-2}{x^2-1}$ (1) .

a. Βρείτε το $\lambda \in R$ για το οποίο υπάρχει στο R το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

b. Να υπολογίσετε τα όρια: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$.

c. Έστω η συνάρτηση $g(x) = (x+1)f(x)$. Να υπολογιστούν τα όρια $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{g(x)}-1}{x+1}$ και $\lim_{x \rightarrow +\infty} [x - \ln(e^{g(x)+1})]$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 4+3+4=11



B2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 3x + 2$.

- Βρείτε το είδος της μονοτονίας της f .
- Να αποδείξετε ότι υπάρχει μοναδικός $x \in \mathbb{R}$ τέτοιος ώστε η συνάρτηση να παίρνει την τιμή 2.019.
- Να λυθεί η ανίσωση: $3x \cdot 2^x + 2^x < 1$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 3+5+6=14

ΘΕΜΑ Γ

Έστω η συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} και σύνολο τιμών το \mathbb{R} , για την οποία ισχύει $f^3(x) + 3f(x) = x + 4$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

Γ2. Να δείξετε ότι η f αντιστρέφεται και να βρείτε την f^{-1} .

ΜΟΝΑΔΕΣ 3

Γ3. Να λυθεί η ανίσωση: $f(2^{x^2+4x}) < 3$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

Γ4. Να λυθεί η εξίσωση: $f(2e^{x-1}) = f(3-x)$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις $g(x) = e^{-x} - 3x^3 - 1$ και $f(x) = \eta\mu g(x) - e^{-x} + 3x^3 + 1$, $x \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να δείξετε ότι η g αντιστρέφεται και να βρείτε το $g^{-1}\left(\frac{1}{e} - 4\right)$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 1+3=4

Δ2. Βρείτε τη ρίζα και το πρόσημο της g .

ΜΟΝΑΔΕΣ 1+3=4

Δ3. Βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5



Δ4. Βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2f(x)+3f(x)-5}{3f(x)+5f(x)}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

Δ5. Να δείξετε ότι υπάρχει $x_0 \in (1, 2)$ τέτοιο ώστε $g^2(x_0) + 4g(x_0) = 5 - 5x_0$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 6