



Μάθημα/Τάξη:	Άλγεβρα Β ΓΕΛ
Κεφάλαιο:	Εφ' όλης της ύλης
Όνοματεπώνυμο Μαθητή:	
Ημερομηνία:	
Επιδιωκόμενος Στόχος:	70/100

Θέμα 1^ο

Δίνεται το σύστημα:
$$\begin{cases} (\alpha - 4)x + ay = \alpha + 6 \\ x + (\alpha - 3)y = \alpha \end{cases}$$

το οποίο έχει λύσεις τα διαφορετικά ζεύγη (x_1, y_1) και (x_2, y_2)

- α) Να βρείτε τον αριθμό α .
- β) Να λύσετε το σύστημα.
- γ) Να βρείτε λύση (x_0, y_0) του συστήματος για την οποία ισχύει ότι $x_0 = 3y_0$.

(20 μονάδες)

Θέμα 2^ο

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = (\lambda - 1)x - \lambda^2 - 3$
η οποία είναι γνησίως φθίνουσα και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(2, -13)$.

- α) Να βρείτε τον αριθμό λ .
- β) Θεωρούμε το σημείο B της C_f με τεταγμένη -4 και τη συνάρτηση: $g(x) = \frac{\alpha(x-1)+20}{x^2+4}$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται και αυτή από το σημείο B .

- i. Να βρείτε την τεταγμένη του σημείου B .
- ii. Να αποδείξετε ότι $\alpha=20$
- iii. Να εξετάσετε αν η g είναι άρτια ή περιττή.
- iv. Να αποδείξετε ότι η g έχει ελάχιστο το -5 και μέγιστο το 5 .

(20 μονάδες)

Θέμα 3^ο

Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \frac{\sigma\upsilon\nu\left(\frac{19\pi}{2} + x\right) - \eta\mu\left(\frac{27\pi}{2} - x\right)}{\varepsilon\varphi^2 \frac{13\pi}{3} + \sigma\upsilon\nu(5\pi - x) - \eta\mu(11\pi - x)}$$

- α) Να απλοποιήσετε το τύπο της f και να βρείτε το πεδίο ορισμού της.
- β) Να βρείτε τις τιμές $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ και $f\left(-\frac{\pi}{2}\right)$.
- γ) Να βρείτε αν η f είναι άρτια ή περιττή.
- δ) Να αποδείξετε ότι η f έχει περίοδο $T=2\pi$.
- ε) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες.

(20 μονάδες)

Θέμα 4^ο

Δίνεται το πολυώνυμο: $P(x) = 2x^4 + x^3 + ax^2 + \beta x + 2$ το οποίο έχει παράγοντα το $x^2 - 2x + 1$.

- α) Να βρείτε τις τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$
- β) Να λύσετε την εξίσωση $P(x)=0$.
- γ) Να λύσετε την εξίσωση :

$$2\left(\frac{1}{1 + \varepsilon\varphi^2 x}\right)^2 + \sigma\upsilon\nu^3 x + 6\eta\mu^2 x + \sigma\upsilon\nu x - 4 = 0$$

- δ) επιπλέον θεωρούμε το πολυώνυμο:

$$Q(x) = 3x^3 + 5x^2 + \gamma x + 8$$

Τα πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x)$ διαιρούμενα με το $x+1$ αφήνουν το ίδιο υπόλοιπο.

- i. Να βρείτε την τιμή του $\gamma \in \mathbb{R}$.
- ii. Να κάνετε τη διαίρεση $Q(x): (3x+2)$ και να γράψετε την ταυτότητά της.
- iii. Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{Q(x)}{1-x^2} \leq 15x + 10$

(20 μονάδες)

Θέμα 5^ο

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \frac{4^x - 7 \cdot 2^x}{2^x - 4}$

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f
- β) Να βρείτε τα σημεία της C_f που έχουν τεταγμένη 5.
- γ) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) \leq 2$.
- δ) Για κάθε $\lambda < 0$ να αποδείξετε ότι η εξίσωση $f(x) = \lambda$ έχει μοναδική λύση.

(20 μονάδες)

Καλή Επιτυχία!!!