Μάθημα/Τάξη:	*Άλγεβρα Β Γενικού Λυκείου*
Ονοματεπώνυμο Μαθητή:	
Ημερομηνία:	*15/02/2025*

<u>ΘΕΜΑ Α</u>

Α1) Αν το ρ είναι ρίζα του πολυωνύμου $\Pi(x)$, αποδείξτε ότι ο $x-\rho$ είναι παράγοντας του $\Pi(x)$, και αντίστροφα.

(5 μονάδες)

Α2) Αποδείξτε ότι $\sigma\upsilon\nu^2 x = \frac{1}{1+\varepsilon\varphi^2 x}$.

(5 μονάδες)

Α3) Το $\eta\mu\left(361\pi+\frac{\pi}{6}\right)$ είναι ίσο με:

α) $\frac{1}{2}$

β) $-\frac{1}{2}$

γ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

δ) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

ε) Κανένα από τα προηγούμενα.

Επιλέξτε την σωστή απάντηση.

(5 μονάδες)

Α4) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος:

α) Το $x-1$ είναι παράγοντας του $\Pi(x)=x^{99}+x^{98}+\cdots+x-99$.

β) Το υπόλοιπο από τη διαίρεση ενός $\Pi(x)$, βαθμού $\nu\geq 2$ με το $x^2+\alpha x+\beta$, αφήνει υπόλοιπο της μορφής $\lambda x+\mu$.

γ) Υπάρχει γωνία φ, όπου $\eta\mu\varphi+\sigma\upsilon\nu\varphi=2$.

δ) Στο 4ο τεταρτημόριο ισχύει ότι: $\eta\mu\varphi<\sigma\upsilon\nu\varphi$.

ε) Αν $\Pi(x)\neq 0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$, τότε $\Pi(x)>0$ για όλα τα $x\in\mathbb{R}$ ή το $\Pi(x)<0$ για όλα τα $x\in\mathbb{R}$.

(10 μονάδες)

<u>ΘΕΜΑ Β</u>

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=2x^3-3x^2+3x-2$

Β1) Να δείξετε ότι το πολυώνυμο $x-1$ είναι παράγοντας του $P(x)$ και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης $P(x):(x-1)$

(8 μονάδες)

Β2) Να λυθεί η ανίσωση $P(x)\leq 0$

(9 μονάδες)

Β3) Να λυθεί η εξίσωση $(2\cdot\eta\mu x+1)\cdot(2\eta\mu^3x-3\eta\mu^2x+3\eta\mu x-2)=0$.

(8 μονάδες)

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Δίνεται το $\Pi(x) = x^3 + \alpha^2 x^2 + \beta x + \gamma$, που έχει παράγοντα το $x^2 - 1$.

Γ1) Αποδείξτε ότι $\beta = -1$ και $\gamma \leq 0$.

(9 μονάδες)

Γ2) Αποδείξτε ότι το $x - 2$ <u>δεν</u> είναι παράγοντας του $\Pi(x)$.

(8 μονάδες)

Γ3) Αν η διαίρεση με το $x^2 - 4$ αφήνει υπόλοιπο το $3x + 5$, βρείτε τα α και γ.

(8 μονάδες)

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δίνεται το $\Pi(x) = x^3 + \alpha x + \beta$ με $\beta \neq 0$.

Δ1) Αν $\Pi\big(\Pi(0)\big) = \beta^3 + 2\beta$ και το $\Pi\big(\Pi(1)\big) = \beta$, βρείτε τα α και β.

(9 μονάδες)

Δ2) Αν $\alpha = 1$ και $\beta = -2$:

α) Αποδείξτε ότι το $Q(x) = (x-1)\Pi(x)$ είναι μεγαλύτερο ή ίσο με το 0, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

(8 μονάδες)

β) Λύστε την εξίσωση $\Pi(x^2 - 3) = 0$.

(8 μονάδες)