



Μάθημα/Τάξη:	Άλγεβρα Β' ΕΠΑΛ
Όνοματεπώνυμο Μαθητή:	
Ημερομηνία:	08/02/2025

ΘΕΜΑ Α

A1) i. Πότε μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

ii. Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A παρουσιάζει ολικό μέγιστο στο $x_0 \in A$;

ΜΟΝΑΔΕΣ 4+4=8

A2) i. Να αποδείξετε ότι αν ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - \rho$, τότε το ρ είναι ρίζα του $P(x)$.

ii. Ισχύει το αντίστροφο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ΜΟΝΑΔΕΣ 3+4=7

A3) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος:

α) Ένα γραμμικό σύστημα έχει πάντα μοναδική λύση.

β) Η γραφική παράσταση της $f(x) = g(x + 1) + 2$ προκύπτει με μετατόπιση της C_g κατά 1 μονάδα προς τα δεξιά και 2 μονάδες προς τα πάνω.

γ) Ο βαθμός του πολυωνύμου $Q(x) = ax^4 + 2x^3 - x - 1$ είναι 4.

δ) Η συνάρτηση $f(x) = x^{2025} - x + 2025$ είναι περιττή.

ε) Ισχύει ότι $\eta\mu 73^0 = \eta\mu 793^0$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5x2=10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (a + \beta)\sigma\upsilon\nu[(2\alpha - \beta)x]$, με $\alpha + \beta > 0$.

B1) Να υπολογιστούν οι $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ αν γνωρίζετε ότι η f έχει μέγιστη τιμή $\frac{1}{2}$ και περίοδο π .

ΜΟΝΑΔΕΣ 9

Για $\alpha = \frac{5}{6}$ και $\beta = -\frac{1}{3}$:

B2) να γράψετε την ελάχιστη τιμή που παίρνει η συνάρτηση

ΜΟΝΑΔΕΣ 2

B3) να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση στο διάστημα $[0, 2T]$

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

B4) να συγκριθούν οι αριθμοί $f\left(\frac{\pi}{7}\right)$ και $f\left(\frac{\pi}{9}\right)$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + x + 2$.

Γ1) Να εξετάσετε αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα του πολυωνύμου.

ΜΟΝΑΔΕΣ 3

Γ2) Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x - 1$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

Γ3) Να λυθεί η εξίσωση $P(x) = 0$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

Γ4) Να βρείτε τις τιμές του $x \in \mathbb{R}$ για τις οποίες ορίζονται οι συναρτήσεις:

i. $\varphi(x) = \frac{1}{P(x)}$

ii. $\psi(x) = \sqrt{P(x)}$

ΜΟΝΑΔΕΣ 4+4=8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^3 + ax^2$ και $g(x) = x^2 - x + 2$.

Δ1) Αν $f(-1) = 0$, να δείξετε ότι $a = 1$.

ΜΟΝΑΔΕΣ

Για $a = 1$:

Δ2) βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα $x'x$

ΜΟΝΑΔΕΣ

Δ3) Για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω από αυτήν της g ;

ΜΟΝΑΔΕΣ